

Funkcija mase haloa

Nemanja Martinović

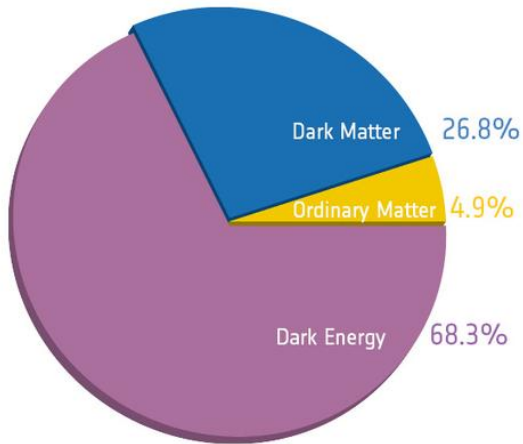
Astronomska opservatorija u Beogradu

nmartinovic@aob.rs

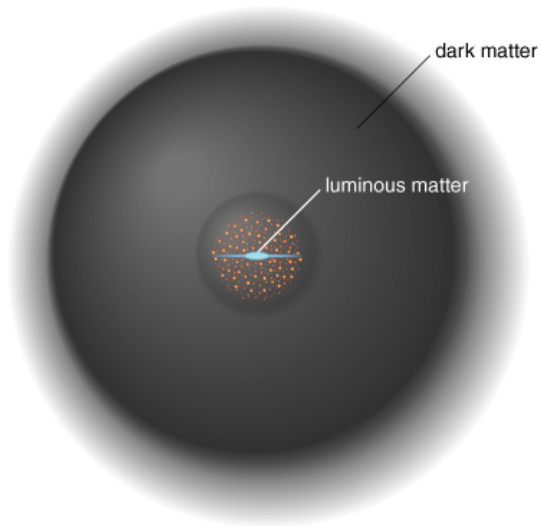
October 30, 2014

*Seminar iz fizike/astrofizike
Departman za fiziku PMF Novi Sad*

Tamna materija



Tamna materija

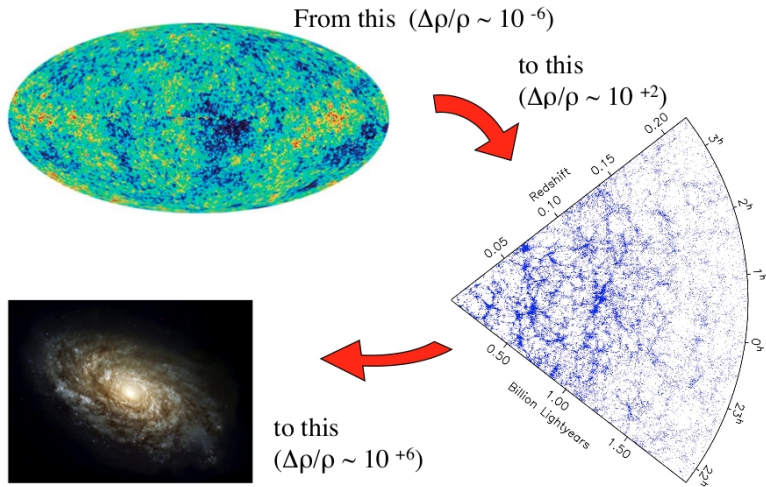


Tamna materija

Karakteristike:

- ▶ Hladna (nerelativistička);
- ▶ Masivna;
- ▶ Slabo interagujuća;
- ▶ Λ CDM.

Problem



Linearni rast perturbacija gustine

Evolucija fluktuacija gustine kroz vreme?

Razmotrimo ravan univerzum u kome dominira materija.

Fridmanove jednačine u tom slučaju su:

$$\blacktriangleright H^2 - \frac{8}{3}\pi G\rho = -\frac{kc}{a^2} = 0$$

dok za prostor nešto veće gustine imamo:

$$\blacktriangleright H^2 - \frac{8}{3}\pi G\rho' = -\frac{kc}{a^2}$$

$\blacktriangleright \Downarrow$

$$\blacktriangleright -\frac{8}{3}\pi G(\rho' - \rho) = -\frac{kc}{a^2}$$

Linearni rast perturbacija gustine

Sredimo malo prethodnu jednačinu:

$$\blacktriangleright (\rho' - \rho) = \frac{3k}{8\pi G a^2}$$

i uvedimo frakcionu gustinu (fractional overdensity) δ kao:

$$\blacktriangleright \delta = \frac{\rho' - \rho}{\rho} = \frac{3k}{8\pi G a^2 \rho}$$

Linearni rast perturbacija gustine

Tako da imamo:

$$\blacktriangleright \delta \sim \frac{1}{a^2 \rho} \sim \frac{1}{a^2 a^{-3}} \sim a$$

I konačno:

$$\blacktriangleright a \sim (1+z)^{-1} \quad \rightarrow \quad \delta \sim (1+z)^{-1}$$

Linearni rast perturbacija gustine

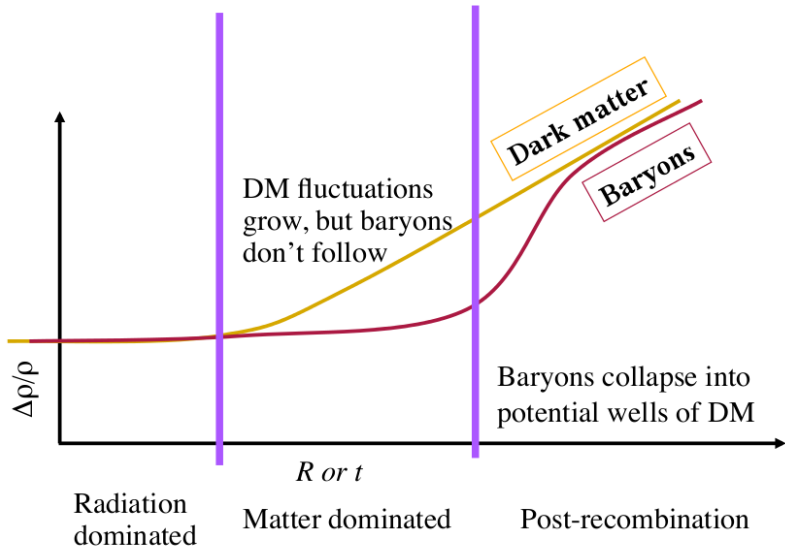
Recimo da nas interesuje odnos frakcionih gustina:

$$\blacktriangleright \frac{\delta_f}{\delta_i} = \frac{1 + z_i}{1 + z_f}$$

Izračunajmo promenu od vremena rekombinacije do $z \sim 5$:

$$\blacktriangleright \delta_f = 10^{-5} \left(\frac{1 + 1000}{1 + 5} \right) \sim 0.002$$

The Evolution of Fluctuations



Evolucija sferičnog modela 'cilindra'

Pogledajmo sada kako bi ta sfera evoluirala.
Uzmimo virijalnu teoremu i održanje energije:

- ▶ $U + 2T = 0$
- ▶ $U + T = \text{const.}$

Definišimo vreme preokreta i zatim dobijamo:

- ▶ $-\frac{GM^2}{R_{\text{turn}}} = -\frac{GM^2}{R_{\text{virial}}} + T = -\frac{GM^2}{2R_{\text{virial}}}$
- ▶ $R_{\text{virial}} = \frac{1}{2}R_{\text{turn}}$

Evolucija sferičnog modela 'cilindra'

Izračunajmo sada kako izgleda finalna gustina.

Počnimo od rešenja za Fridmanove jednačine:

- ▶ $\dot{a}^2 = \frac{A^2}{a} - kc^2$
- ▶ $A^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho_0 a_0^3$
- ▶ $a = \left(\frac{3A}{2}\right)^{\frac{2}{3}} t^{\frac{2}{3}}$ za $k = 0$

Tako da možemo dobiti parametarsko rešenje za zatvoren, $k=1$ svemir:

- ▶ $a = \frac{1}{2} \frac{A^2}{c^2} (1 - \cos(\Psi))$
- ▶ $t = \frac{1}{2} \frac{A^2}{c^3} (\Psi - \sin(\Psi))$

Evolucija sferičnog modela 'cilindra'

Tako da sada možemo izračunati željene veličine (vreme i veličinu):

$$\blacktriangleright \frac{da}{d\Psi} = \frac{1}{2} \frac{A^2}{c^2} \sin\Psi = 0 \rightarrow \Psi = 0, \pi, \dots$$

U trenutku preokreta imamo:

$$\blacktriangleright \text{Za } \Psi = \pi \text{ vreme je } t_{turn} = \frac{1}{2} \frac{A^2}{c^3} \pi$$

$$\blacktriangleright a_{sphere} = \frac{1}{2} \frac{A^2}{c^2} (1 - \cos\pi) = \frac{A^2}{c^2}$$

$$\blacktriangleright a_{background} = \left(\frac{3A}{2}\right)^{\frac{2}{3}} t_{turn}^{\frac{2}{3}} = \left(\frac{3\pi}{4}\right)^{\frac{2}{3}} \frac{A^2}{c^2}$$

Evolucija sferičnog modela 'cilindra'

Pa dobijamo kontrast gustine u trenutku preokreta:

$$\blacktriangleright \frac{\rho_{sphere}}{\rho_{background}} = \left(\frac{a_{sphere}}{a_{background}} \right)^{-3} = \frac{9\pi^2}{16}$$

U trenutku kada se pominjana sfera virijalizuje:

- ▶ $t = 2t_{turn}$
- ▶ $R_{turn} = 2R_{virial}$ gustina raste 8 puta;
- ▶ Pozadinska gustina se smanjuje: $(2^{\frac{2}{3}})^3 = 4$ puta;

Kolapsirajući objekat se virijalizuje kada mu gustina postaje veća od usrednjene gustine univerzuma za faktor $18\pi^2 \sim 180$.

Kvantifikovanje polja gustine

Polje fluktuacija gustine:

$$\blacktriangleright \delta = \frac{\rho - \bar{\rho}}{\bar{\rho}}$$

Furijeova transformacija polja gustine:

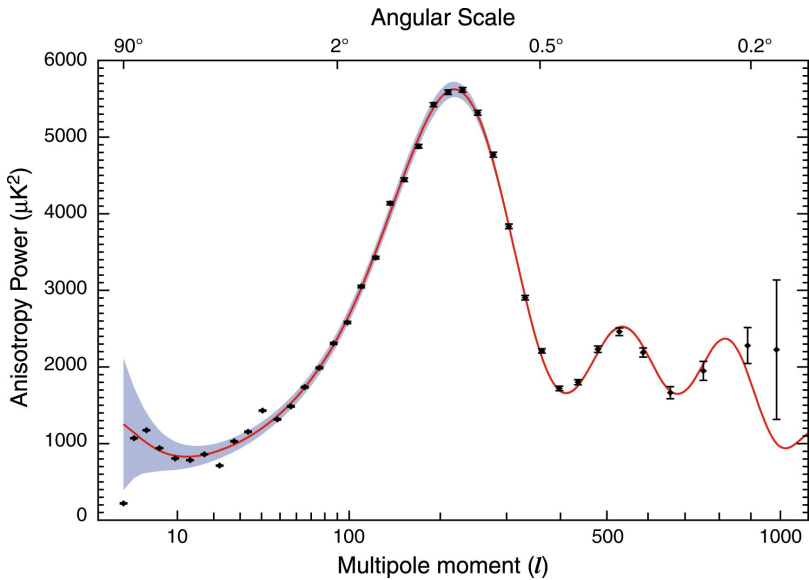
$$\blacktriangleright \delta_k = \sum \delta e^{-i \vec{k} \cdot \vec{r}}$$

Spektar snage:

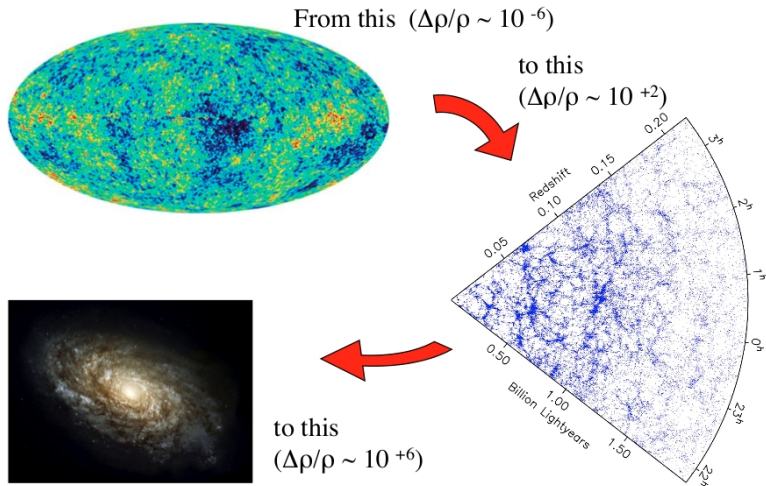
$$\blacktriangleright P(k) = \langle |\delta_k|^2 \rangle$$

$$P(k) = \langle |\delta_k|^2 \rangle \propto k^n$$

Za Harison-Zeldovič rešenje: $n = 1$

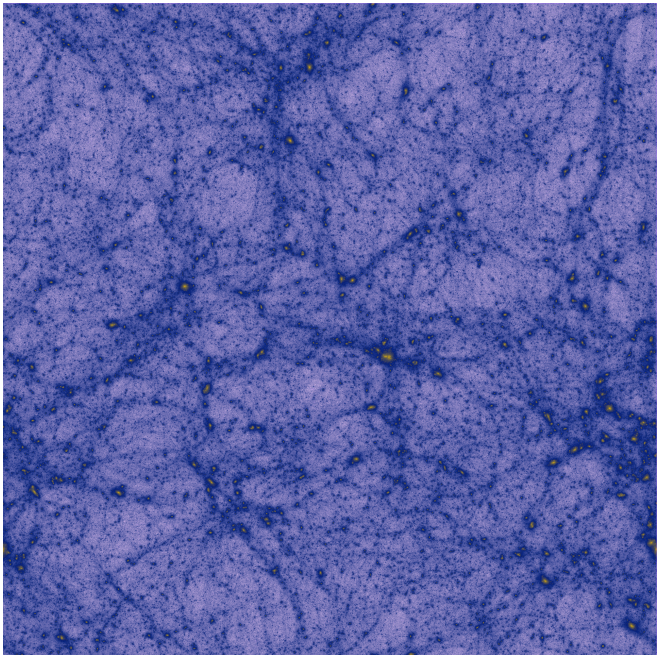


Problem



Kosmološka simulacija

- ▶ čisto gravitaciona kosmološka simulacija N-tela
- ▶ periodična kutija sa stranicama: $130 Mpc/h$
- ▶ 512^3 čestica
- ▶ GADGET2, $z_{in} = 599$
- ▶ Las Damas kosmologija:
 $\Omega_m = 0.25$, $\Omega_\Lambda = 0.75$, $\Omega_b = 0.04$, $h = 0.7$



Analiza karakteristika haloa

Nekoliko pitanja:

- ▶ Raspon mase haloa?
- ▶ Kada se formiraju?
- ▶ Kada možemo očekivati haloe određene mase?

Analiza karakteristika haloa

Nekoliko pitanja:

- ▶ Raspon mase haloa?
- ▶ Kada se formiraju?
- ▶ Kada možemo očekivati haloe određene mase?

Funkcija mase haloa može da da odgovor na sva ova pitanja!

Funkcija mase haloa

Neke od njenih mnogih upotreba:

- ▶ Povezivanje osobina haloa i galaksija u semi-analitičkim modelima;
- ▶ Odredjivanje rasprostranjenosti kvazara;
- ▶ Sonda za ispitivanje rejonizacije univerzuma;
- ▶ Osetljiva je na kosmološke parametre;
- ▶ ...

Funkcija mase haloa

Pa kako je možemo izračunati:

- ▶ Analitički;
- ▶ Empirijski;
- ▶ Direktno iz kosmoloških simulacija;

Analitički

Funkcija mase haloa:

$$\blacktriangleright \frac{dn}{d \ln M} = M \frac{\rho_0}{M^2} f(\sigma) \left| \frac{d \ln \sigma}{d \ln M} \right|$$

Analitički

Funkcija mase haloa:

$$\blacktriangleright \frac{dn}{d \ln M} = M \frac{\rho_0}{M^2} f(\sigma) \left| \frac{d \ln \sigma}{d \ln M} \right|$$

Varijansa mase:

$$\blacktriangleright \sigma^2 = \frac{1}{2 \pi^2} \int_0^\infty k^2 P(k) W^2(kR) dk$$

Analitički

Funkcija mase haloa:

$$\blacktriangleright \frac{dn}{d \ln M} = M \frac{\rho_0}{M^2} f(\sigma) \left| \frac{d \ln \sigma}{d \ln M} \right|$$

Varijansa mase:

$$\blacktriangleright \sigma^2 = \frac{1}{2 \pi^2} \int_0^\infty k^2 P(k) W^2(kR) dk$$

'Cilindar' filter:

$$\blacktriangleright W(kR) = \frac{3 [\sin(kR) - kR \cos(kR)]}{(kR)^3}$$

Analitički

Funkcija mase haloa:

$$\blacktriangleright \frac{dn}{d \ln M} = M \frac{\rho_0}{M^2} f(\sigma) \left| \frac{d \ln \sigma}{d \ln M} \right|$$

Varijansa mase:

$$\blacktriangleright \sigma^2 = \frac{1}{2 \pi^2} \int_0^\infty k^2 P(k) W^2(kR) dk$$

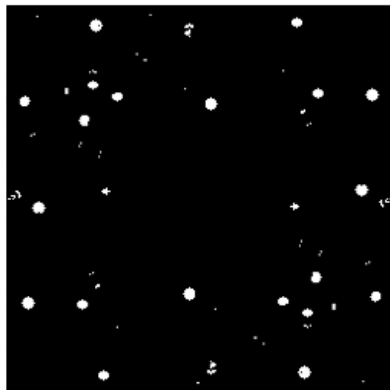
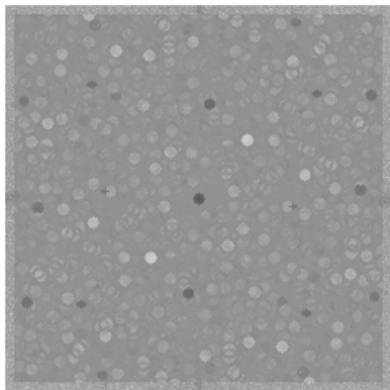
'Cilindar' filter:

$$\blacktriangleright W(kR) = \frac{3 [\sin(kR) - kR \cos(kR)]}{(kR)^3}$$

Povezivanje filtera i mase haloa:

$$\blacktriangleright M = \frac{4}{3} \pi \rho_0 R^3$$

'Cilindar' filter



Analitički

Linearni spektar snage:

- ▶ $P(k) = A k^n T^2(k)$

Linearni rast:

- ▶ $\sigma(M, z) = \sigma(M) d(z)$

- ▶ gde: $d(z) = \frac{D^+(z)}{D^+(z=0)}$

Analitički

Linearni rast:

$$\blacktriangleright d(z) = \frac{D^+(z)}{D^+(z=0)}$$

$$\blacktriangleright D^+(z) = \frac{5\Omega_m}{2} \frac{H(z)}{H_0} \int_z^\infty \frac{(1+z')dz'}{[(H(z')/H_0]^3}$$

$$\blacktriangleright \text{and: } H(z) = H_0 \sqrt{\Omega_m(1+z)^3 + (1-\Omega_m)}$$

Funkcije za fitovanje

Press-Schechter (1974):

$$\blacktriangleright f_{PS}(\sigma) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\delta_c}{\sigma} \exp\left(-\frac{\delta_c^2}{2\sigma^2}\right)$$

Sheth, Mo & Tormen (2001):

$$\blacktriangleright f_{SMT}(\sigma) = A \sqrt{\frac{2a}{\pi}} \left[1 + \left(\frac{\sigma^2}{a\delta_c^2}\right)^p\right] \frac{\delta_c}{\sigma} \exp\left[-\frac{a\delta_c^2}{2\sigma^2}\right]$$

Funkcije za fitovanje

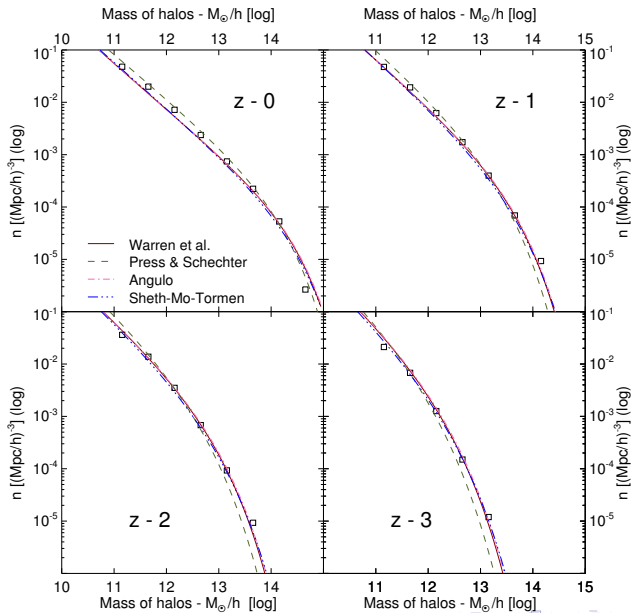
Warren et al. (2006):

$$\blacktriangleright f_W(\sigma) = 0.7234 (\sigma^{-1.625} + 0.2538) \exp\left[\frac{-1.1982}{\sigma^2}\right]$$

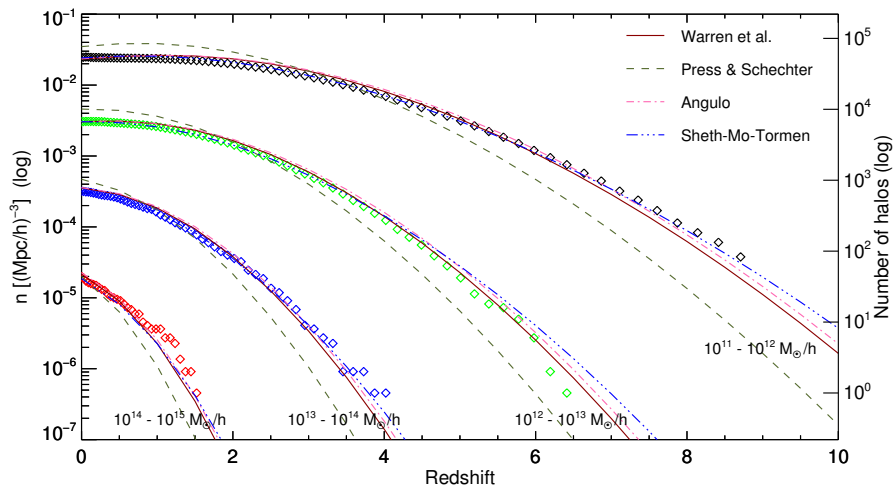
Angulo et al. (2013):

$$\blacktriangleright f_A(\sigma) = A \left[\left(\frac{b}{\sigma}\right)^a + 1 \right] \exp\left[-\frac{c}{\sigma^2}\right]$$

Funkcije za fitovanje



Funkcije za fitovanje



Hvala na pažnji!