


Kontrola osobina Boze-Ajnštajn-kondenzovanih sistema kroz neuređenost i modulaciju parametara*

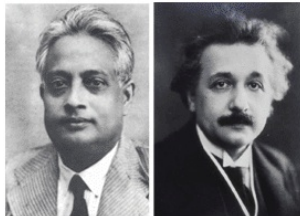
Antun Balaž

Laboratorija za primenu računara u nauci
Centar za izučavanje kompleksnih sistema
Institut za fiziku Beograd, Univerzitet u Beogradu

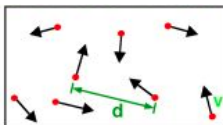
*Finansijska podrška: Ministarstvo prosvete, nauke i tehnološkog razvoja Republike Srbije (ON171017, NAI-DBEC), DAAD - German Academic and Exchange Service (NAI-DBEC), European Commission FP7 (PRACE-1IP, PRACE-2IP, PRACE-3IP, HP-SEE, EGI-InSPIRE). 

Šta je Boze-Ajnštajn kondenzacija?

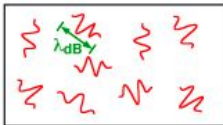
- Boze (1924) i Ajnštajn (1925) su proučavali statistiku čestica sa celobrojnim spinom
- Odmah su zaključili da na veoma niskim temperaturama svi bozoni treba da pređu u osnovno stanje
- Fazni prelaz - Boze-Ajnštajn kondenzacija (BEK)
 - koherentno, globalno osnovno stanje, ne skup pojedinačnih čestica od kojih je svaka u svom osnovnom stanju
- London (1938) je predložio da je superfluidnost jedna od manifestacija BEK; Bogoljubov (1947) je formulisao prvu mikroskopsku teoriju superfluidnosti, baziranu na ovoj ideji



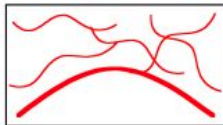
Kvantno-mehanička slika



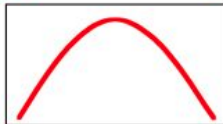
High Temperature T:
thermal velocity v
density d^{-3}
"Billiard balls"



Low Temperature T:
De Broglie wavelength
 $\lambda_{dB} = h/mv \propto T^{-1/2}$
"Wave packets"



$T = T_{crit}$:
Bose-Einstein
Condensation
 $\lambda_{dB} = d$
"Matter wave overlap"



$T = 0$:
Pure Bose
condensate
"Giant matter wave"

Nobelova nagrada za fiziku 2001. godine

- Kornel, Viman (^{87}Rb) i Keterle (^{23}Na) su, konačno, 1995. godine uspjeli da u eksperimentima postignu BEK
- Za to su 2001. godine nagrađeni Nobelovom nagradom za fiziku



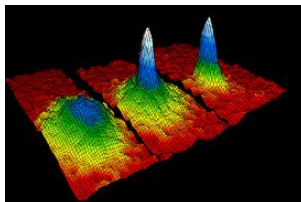
Eric A. Cornell



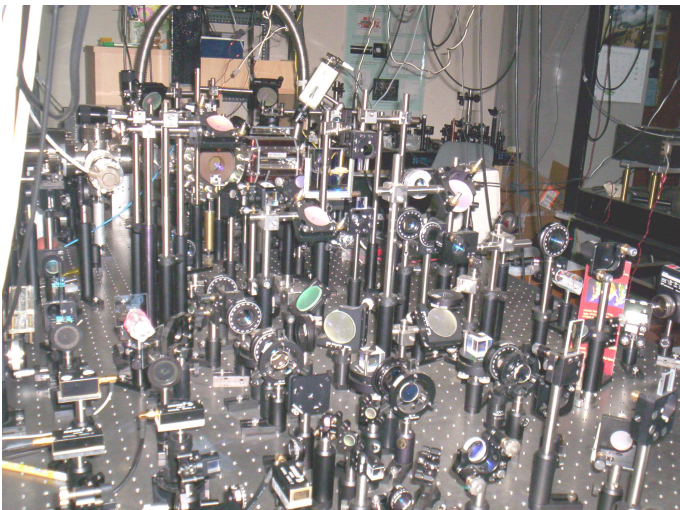
Wolfgang Ketterle



Carl E. Wieman

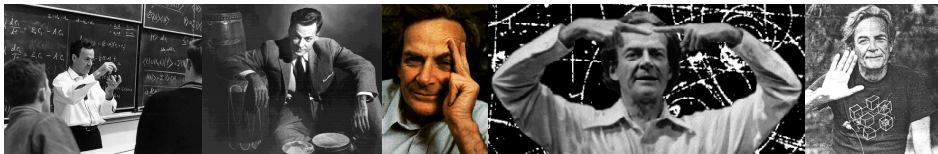


Eksperiment



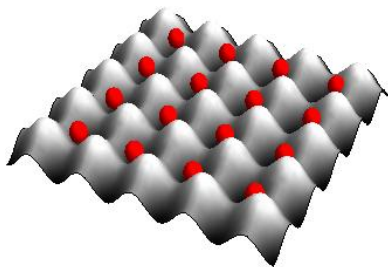
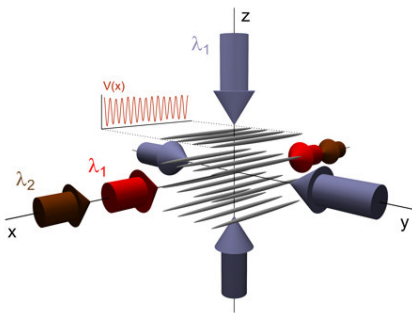
BAK kao kvantni simulator

- Ričard Fajnman je uveo ideju kvantne simulacije jednog fizičkog sistema pomoću drugog
- Neophodan uslov za to je da su ovi sistemi opisani ekvivalentnim jednačinama
- Sjajna i danas veoma korišćena ideja



Optičke rešetke

- Ultrahladni atomi i fizika čvrstog stanja



Ultrahladni atomi i druge oblasti fizike

- Jačina interakcije između ultrahladnih atoma može da se podešava u širokom opsegu (mnogo redova veličine), od privlačne do odbojne
- Dimenzionalnost sistema može da se podešava od 1D do 3D
- Tip interakcije: kontaktna, dipol-dipol, spin-orbit i kombinacije
- Ultrahladni atomi kao kvantni simulatori
 - fizika čvrstog i kondenzovanog stanja
 - nelinearna optika i telekomunikacije
 - opšta teorija relativnosti
 - kvantna informatika
 - kompleksni sistemi
 - ...



Matematički opis: teorija srednjeg polja

- Na $T = 0$, talasna funkcija sistema ψ zadovoljava Gros-Pitaevski jednačinu:

$$i\hbar \frac{\partial \psi(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = \left[-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + V(\mathbf{r}) + g|\psi(\mathbf{r}, t)|^2 \right] \psi(\mathbf{r}, t)$$

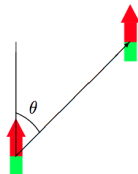
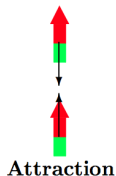
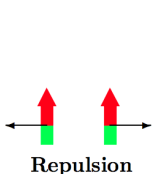
- $V(\mathbf{r}) = \frac{1}{2}m\omega_\rho^2(\rho^2 + \lambda^2 z^2)$ je harmonijska potencijalna zamka
- Efektivna kontaktna interakcija između atoma je $g\delta(\mathbf{r})$
- $g = \frac{4\pi\hbar^2}{m} a$, gde je a dužina rasejanja u s -kanalu

BAK sa dipolnom interakcijom

- Interakcioni potencijal: kontaktna i dipol-dipol interakcija

$$V_{\text{int}}(\mathbf{r}) = g\delta(\mathbf{r}) + V_{\text{dd}}(\mathbf{r})$$

$$g = \frac{4\pi\hbar^2}{m} a, \quad V_{\text{dd}}(\mathbf{r}) = \frac{C_{\text{dd}}}{4\pi|\mathbf{r}|^3} [1 - 3\cos^2\theta]$$



- Teorija srednjeg polja: Gros-Pitaevski jednačina

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi(\mathbf{r}, t) = \left[-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta + V_{\text{trap}}(\mathbf{r}) + \int d^3r' \psi^*(\mathbf{r}', t)V_{\text{int}}(\mathbf{r} - \mathbf{r}')\psi(\mathbf{r}', t) \right] \psi(\mathbf{r}, t)$$

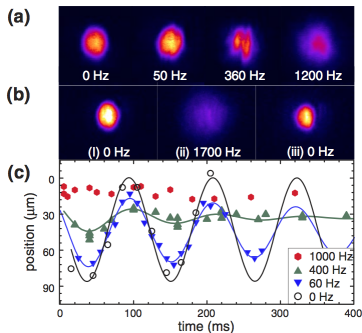
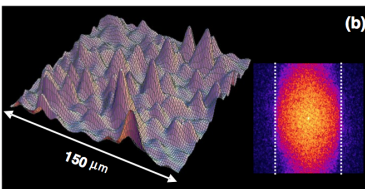
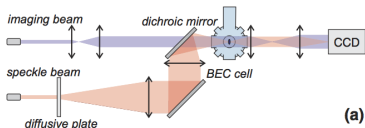


Sadržaj

- Uvod
 - Boze-Ajnštajn kondenzacija
 - Dipolna interakcija
- **Kontrola kroz neuređenost**
 - Neuređenost: realizacija i karakterizacija
 - Perturbaciona teorija za gubitak kondenzata, jednačinu stanja, gustinu superfluida, brzinu zvuka
 - Dipolna interakcija i neuređenost sa lorencijanskom korelacijom
- Kontrola kroz modulaciju parametara: interakcija
 - Varijacioni pristup
 - Dinamika, pomeraji u frekvencijama kolektivnih moda
- Kontrola kroz modulaciju parametara: Faradejevi talasi
 - Nerezonantni Faradejevi talasi, prostorni periodi
 - Rezonantni talasi
- Zaključak

Neuređenost: laserske mrljice

- Lye et al., PRL **95**, 070401 (2005)



- Gubitak globalnog kondenzata zbog neuređenosti
- Globalni kondenzat potpuno nestaje za dovoljno jaku neuređenost sistema: Boze-staklo fazni prelaz

Teorija srednjeg polja za slabu neuređenost

- Uniformni sistem, $V_{\text{trap}}(\mathbf{r}) = 0$, $V(\mathbf{r}) = V_{\text{int}}(\mathbf{r})$
- Vremenski nezavisna Gros-Pitaevski jednačina

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + \int d^3 r' \psi^*(\mathbf{r}', t) V(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \psi(\mathbf{r}', t) + U(\mathbf{r}) - \mu \right] \psi(\mathbf{r}, t) = 0$$

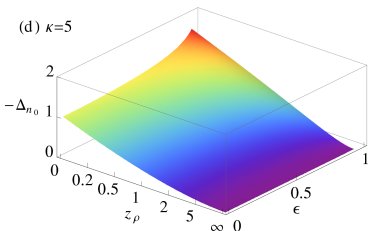
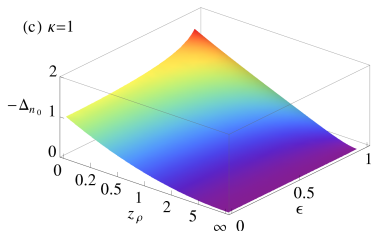
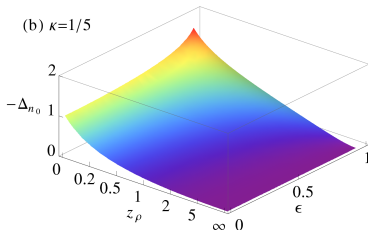
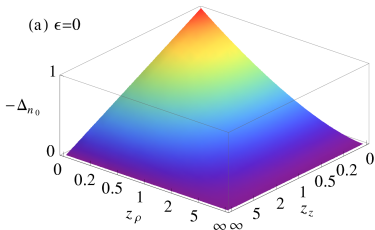
- Teorija za delta-korelisanu neuređenost:
Krumnow and Pelster, PRA **84**, 021608(R) (2011)
- Za dovoljno slabu neuređenost

$$\psi(\mathbf{r}) = \psi_0(\mathbf{r}) + \psi_1(\mathbf{r}) + \psi_2(\mathbf{r}) + \dots$$

gde je $\psi_\ell(\mathbf{r})$ korekcija reda ℓ po jačini neuređenosti U

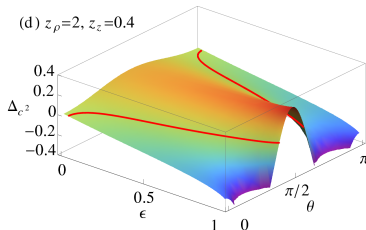
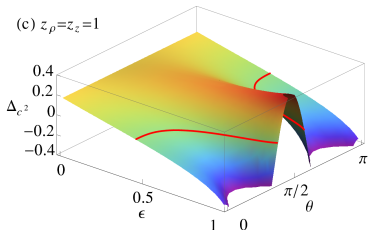
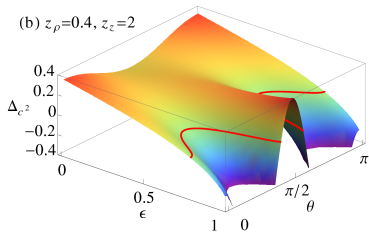
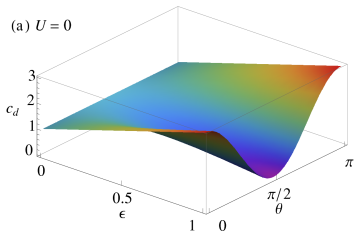
- Opšta teorija:
Nikolić, Balaž, and Pelster, PRA **88**, 013624 (2013)

Gubitak kondenzata zbog neuređenosti





Popravka brzine zvuka



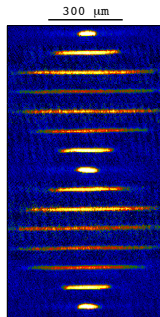


Sadržaj

- Uvod
 - Boze-Ajnštajn kondenzacija
 - Dipolna interakcija
- Kontrola kroz neuređenost
 - Neuređenost: realizacija i karakterizacija
 - Perturbaciona teorija za gubitak kondenzata, jednačinu stanja, gustinu superfluida, brzinu zvuka
 - Dipolna interakcija i neuređenost sa lorencijanskom korelacijom
- **Kontrola kroz modulaciju parametara: interakcija**
 - Varijacioni pristup
 - Dinamika, pomeraji u frekvencijama kolektivnih moda
- Kontrola kroz modulaciju parametara: Faradejevi talasi
 - Nerezonantni Faradejevi talasi
 - Prostorni periodi
- Zaključak

Modulacija interakcije: eksperimentalna motivacija

- Nelinearni efekti dovode do velikog broja rezonantnih fenomena u BAK
- Modulacija interakcije: R. Hulet (Rice University) i V. Bagnato (São Paulo University)
PRA **81**, 053627 (2010)
- ^7Li BAK u cilindrično simetričnoj potencijalnoj zamci
- Vremenski zavisna modulacija atomskih interakcija pomoću Fešbah rezonance
- Pobuđenje najniže kvadrupolne mode
- Pomeraj frekvencije kvadrupolne mode



Modulacija interakcije

- Proučavali smo efekte harmonijske modulacije dužine rasejanja na kolektivne mode BAK:

$$B(t) = B_{av} + \delta B \cos \Omega t, \quad a(t) \simeq a_{av} + \delta a \cos \Omega t$$

$$a_{av} = a(B_{av}), \quad \delta a = -\frac{a_{BG} \Delta \delta B}{(B_{av} - B_{\infty})^2}$$

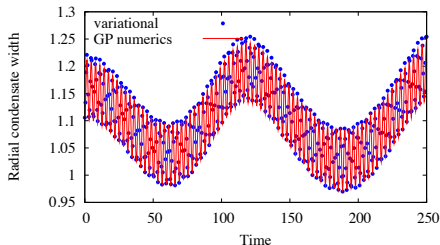
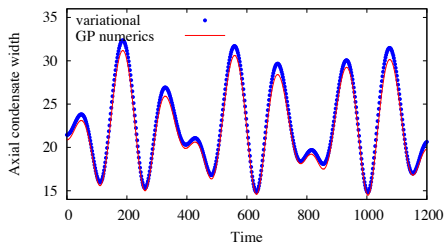
$$B_{av} = 56.5 \text{ mT}, \quad \delta B = 1.4 \text{ mT}, \quad a_{av} \sim 3a_0, \quad \delta a \sim 2a_0$$

$$\Rightarrow p(t) \simeq p + q \cos \Omega t$$

- Nelinearnost sistema izaziva pomeraje frekvencija niskoležećih kolektivnih moda
- Za vrednosti Ω bliske nekoj od svojstvenih moda BAK, pojavljuju se rezonance - oscilacije velikih amplituda, kada nelinearni članovi postaju odlučujući
- Vidanović, Balaž, Al-Jibbouri, Pelster, PRA **84**, 013618 (2011)

Nelinearna dinamika BAK

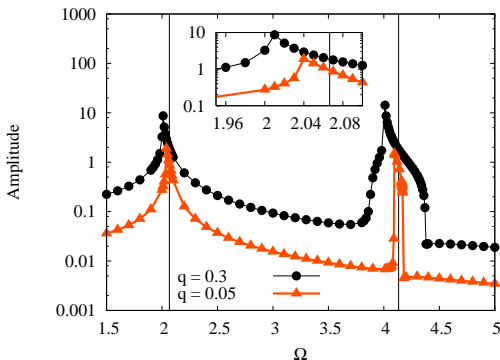
- Varijacioni i numerički rezultati za cilindrično simetrični BAK: $p = 15$, $q = 10$, $\lambda = 0.021$ and $\Omega = 0.05$
 $p(t) = p + q \cos \Omega t$



- Vudragović, Vidanović, Balaž, Muruganandam, Adhikari, Comput. Phys. Commun. **183**, 2021 (2012)

Ekscitacioni spektar

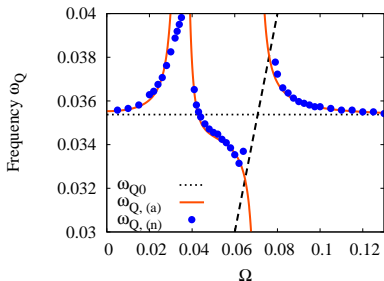
- Resonantno ponašanje za $\Omega \sim \omega_0$ i $\Omega \sim 2\omega_0$ za sferno simetrični BAK



- Frekvencije kolektivnih moda su pomerene blizu rezonanci

Pomeraj frekvencije za Hulet-Bagnato eksp.

- U eksperimentu:
 - $\omega_B \gg \omega_Q$, $\Omega \in (0, 3\omega_Q)$, velika amplituda modulacije
 - Jako pobuđenje kvadrupolne mode
 - Ekscitacija dišuće mode u radialnom smeru
 - Pomeraj frekvencije kvadrupolne mode od oko 10%



- Geometrijske rezonance, rezonantno sprezanje moda:
Al-Jibbouri, Vidanović, Balaž, Pelster, J. Phys. B **46**, 065303 (2013)

Sadržaj

- Uvod
 - Boze-Ajnštajn kondenzacija
 - Dipolna interakcija
- Kontrola kroz neuređenost
 - Neuređenost: realizacija i karakterizacija
 - Perturbaciona teorija za gubitak kondenzata, jednačinu stanja, gustinu superfluida, brzinu zvuka
 - Dipolna interakcija i neuređenost sa lorencijanskom kor.
- Kontrola kroz modulaciju parametara: interakcija
 - Varijacioni pristup
 - Dinamika, pomeraji u frekvencijama kolektivnih moda
- **Kontrola kroz modulaciju parametara: Faradejevi talasi**
 - Nerezonantni Faradejevi talasi
 - Prostorni periodi
- Zaključak

Faradejevi talasi: eksperiment

P. Engels, C. Atherton, M. A. Hoefer, PRL **98**, 095301 (2007)

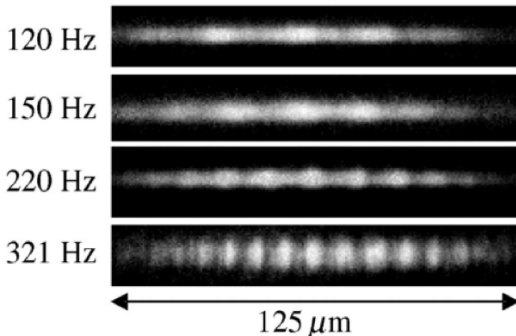


FIG. 1. In-trap absorption images of Faraday waves in a BEC. Frequency labels for each image represent the driving frequency at which the transverse trap confinement is modulated.

Dvokomponentni BAK sistemi

- Eksperimentalno realizovani sa više vrsta atoma i parametara sistema
 - heterogeni sistemi: različiti tipovi atoma
 - homogeni sistemi: isti tip atoma, ali u različitim internim (obično spinskim) stanjima
- Faradejevi talasi i paterni u kvazi-jednodimenzionalnom dvokomponentnom ^{87}Rb BAK, sa jakom harmonijskom modulacijom radijalne komponente potencijalne zamke
- Rezonantni talasi
- Balaž, Nicolin, PRA **85**, 023613 (2012)

Teorija srednjeg polja

- Spregnuti sistem Gros-Pitaevski jednačina:

$$i\hbar \frac{\partial \psi_1(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = \left[-\frac{\hbar^2}{2m_1} \Delta + V(\mathbf{r}, t) + g_{11} |\psi_1(\mathbf{r}, t)|^2 + g_{12} |\psi_2(\mathbf{r}, t)|^2 \right] \psi_1(\mathbf{r}, t)$$

$$i\hbar \frac{\partial \psi_2(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = \left[-\frac{\hbar^2}{2m_2} \Delta + V(\mathbf{r}, t) + g_{21} |\psi_1(\mathbf{r}, t)|^2 + g_{22} |\psi_2(\mathbf{r}, t)|^2 \right] \psi_2(\mathbf{r}, t)$$

gde je:

$$g_{11} = \frac{4\pi\hbar^2 a_1}{m_1}, \quad g_{22} = \frac{4\pi\hbar^2 a_2}{m_2}, \quad g_{12} = g_{21} = \frac{2\pi\hbar^2 a_{\text{int}}}{m_{\text{eff}}}$$

- Eksperimentalne vrednosti za dva hiperfina stanja ^{87}Rb :

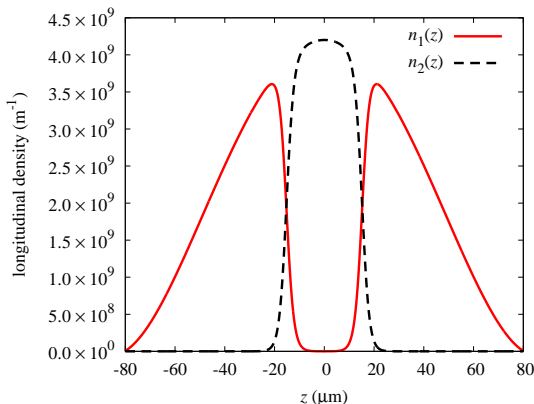
$$N_1 = 2.5 \cdot 10^5, \quad N_2 = 1.25 \cdot 10^5$$

$$a_1 = 100.4 a_0, \quad a_2 = 98.98 a_0, \quad a_{\text{int}} = 100.4 a_0$$

$$\omega_\rho(t) = \omega_{\rho,0} (1 + \epsilon \sin \omega_m t), \quad \omega_{\rho,0} = 160 \cdot 2\pi \text{ Hz}$$

$$\omega_m = 250 \cdot 2\pi \text{ Hz}, \quad \epsilon = 0.1, \quad \omega_z = 7 \cdot 2\pi \text{ Hz}$$

Osnovno stanje



Profil gustine osnovnog stanja dobijen propagacijom u imaginarnom vremenu za: $N_\rho = N_z = 2000$, $\varepsilon = 10^{-4}/\omega_z$.

Osnovno stanje - eksperimentalna realizacija

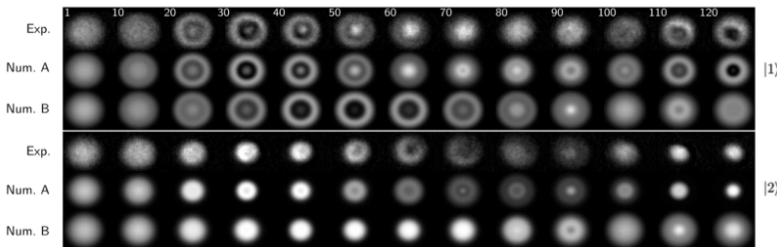
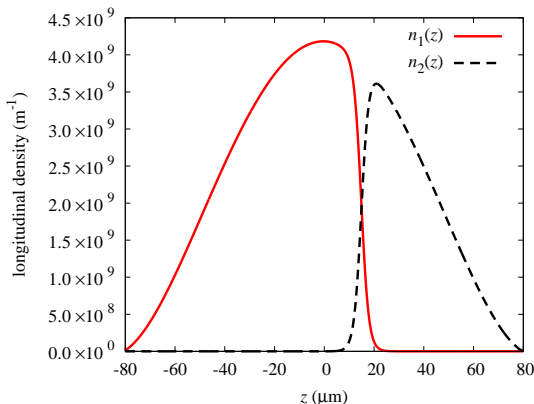


FIG. 1. Top view of a time sequence of experimental and numerical density profiles for $N = 3.50(5) \times 10^5$ ^{87}Rb atoms with equal populations in the $|1\rangle$ and $|2\rangle$ states. The first row shows the measured density profiles for the $|1\rangle$ atoms, while the second and third rows give numerical results including losses and different trap frequencies (Num. A) and without those additional model features (Num. B). A similar arrangement is given for the $|2\rangle$ atoms in the fourth, fifth, and sixth rows. The field of view in all pictures is approximately $100 \mu\text{m}$ on a side. The evolution time (in ms) for each column is indicated in the top row.

K. M. Mertes, J. W. Merrill, R. Carretero-González, D. J. Frantzeskakis,
P. G. Kevrekidis, D. S. Hall, PRL **99**, 190402 (2007)

Pobuđeno stanje



Profil gustine prvog pobuđenog stanja dobijen propagacijom u imaginarnom vremenu za: $N_\rho = N_z = 2000$, $\varepsilon = 10^{-4}/\omega_z$.

Pobuđeno stanje - eksperimentalna realizacija

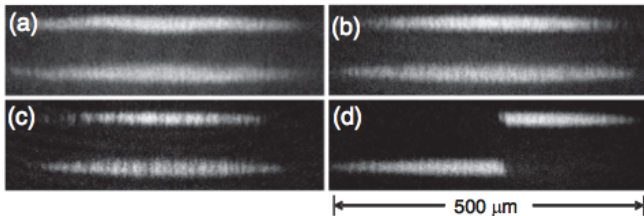
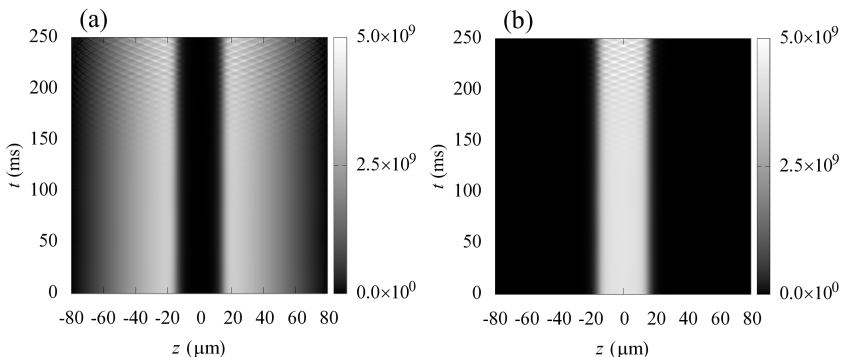


FIG. 1. Time evolution of an initial perfectly overlapped mixture without (a)–(c) and with (d) an applied axial magnetic gradient. Images taken after (a) 100 ms, (b) 1 sec, and (c)–(d) 9 sec of in-trap evolution.

C. Hamner, J. J. Chang, P. Engels, M. A. Hoefer, PRL **106**, 065302 (2011)

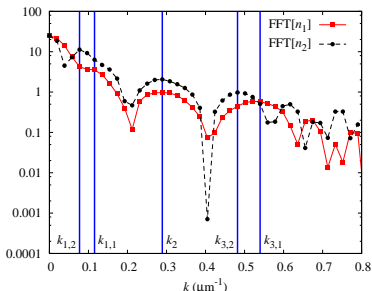
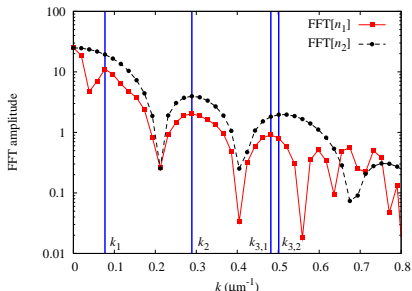
Osnovno stanje - Faradejevi talasi



Pojava Faradejevih talasa u propagaciji u realnom vremenu. Radijalna frekvencija zamke je modulirana na nerezonantnoj frekvenciji

$$\omega_m = 250 \cdot 2\pi \text{ Hz}, \epsilon = 0.1.$$

Prostorni periodi Faradejevih talasa



FFT profila gustine dve komponente BAK za $t = 200$ ms. Za osnovno stanje, periodi su $13.0 \mu\text{m}$ i $12.5 \mu\text{m}$, a za pobuđeno stanje $11.6 \mu\text{m}$ i $13.0 \mu\text{m}$. Varijacioni pristup: $12.0 \mu\text{m}$.



Sistemi sa prostorno nehomogenom interakcijom

- Gros-Pitaevski jednačina:

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = \left[-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + V(\mathbf{r}, t) + g(\mathbf{r}, t) |\Psi(\mathbf{r}, t)|^2 \right] \Psi(\mathbf{r}, t)$$

gde je:

$$g(\mathbf{r}, t) = \frac{4\pi\hbar^2}{m} a_s(\mathbf{r}, t), \quad V(\mathbf{r}, t) = \frac{m}{2} (\omega_\rho(t)^2 \rho^2 + \omega_z(t)^2 z^2)$$

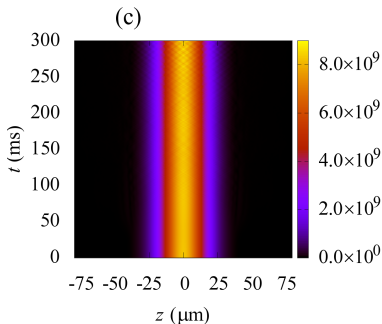
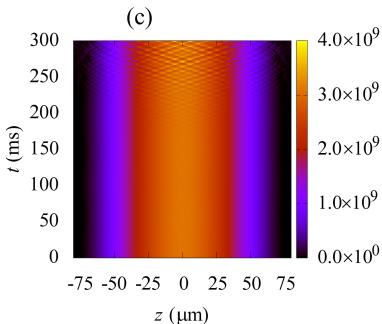
- Tipične eksperimentalne vrednosti za ^{87}Rb :

$$N = 2.5 \cdot 10^5, \quad a_{s,0} = 100.4 a_0, \quad a_s = a_{s,0} e^{-\frac{\rho^2}{2b_0^2}}, \quad b_0 = 1.86 \mu\text{m}$$

$$\omega_\rho(t) = \omega_{\rho,0} (1 + \epsilon \sin \omega_m t), \quad \omega_{\rho,0} = 160 \cdot 2\pi \text{ Hz}$$

$$\omega_m = 250 \cdot 2\pi \text{ Hz}, \quad \epsilon = 0.1, \quad \omega_z = 7 \cdot 2\pi \text{ Hz}$$

Nehomogena interakcija: Faradejevi talasi



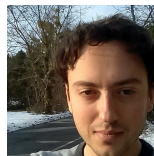
Pojava Faradejevih talasa u propagaciji u realnom vremenu. Radijalna frekvencija zamke je modulirana na nerezonantnoj frekvenciji $\omega_m = 250 \cdot 2\pi$ Hz, $\epsilon = 0.1$, $b = 4b_0$ (levo) i $b = b_0/4$ (desno).



Zašto je ova oblast fizike interesantna?

- Eksplozija broja eksperimentalnih i teorijskih radova počev od 1995. godine
- Mnogo novih i interesantnih fenomena
- Novi tipovi efektivnih interakcija
- Razumevanje fizike mnogočestičnih sistema
- Kontrola kvantnih sistema na do sada nezabeleženom nivou
- Fajnmanov kvantni simulator za različite fizičke sisteme
- Široko polje primena

Saradnici





A. Balaž: Kontrola osobina Boze-Ajnštajn-kondenzovanih sistema